

# Memo

Aan Gebruikers GeoTOP v1.6.1  
Van TNO – Geologische Dienst Nederland  
Onderwerp Kleine release GeoTOP v1.6.1 - Modelonzekerheid van geologische eenheid

[www.tno.nl](http://www.tno.nl)  
support@geologischdienst.nl  
088 - 86 64 300

Datum  
12 november 2024

## 1. Inleiding

Het voxelmodel GeoTOP kent twee maatstaven van modelonzekerheid. Dit zijn:

- › Modelonzekerheid van geologische eenheid – de mate waarin het model in staat is om een eenduidige schatting te geven van de geologische eenheid waartoe de voxel behoort.
- › Modelonzekerheid van lithoklasse – de mate waarin het model in staat is om een eenduidige schatting te geven van de voor de voxel representatieve lithoklasse.

In beide gevallen wordt de modelonzekerheid uitgedrukt als een getal van 0 tot 1 waarbij 0 staat voor een zeer lage modelonzekerheid (het model is goed in staat een eenduidige schatting te geven) en 1 voor een zeer hoge (het model is niet in staat om een eenduidige schatting te geven). In GeoTOP zijn beide modelonzekerheden opgenomen als attribuut in het voxelmodel.

Om tot een getal tussen 0 en 1 te komen vindt een schaling plaats. Bij lithoklasse is de schaalfactor afhankelijk van het aantal lithoklassen dat in een eenheid is gemodelleerd; voor de meeste eenheden zijn dat er zes en voor een klein aantal eenheden zeven. Bij geologische eenheden wordt de schaalfactor gebaseerd op het aantal eenheden in het modelgebied, bijvoorbeeld 24 in Oostelijke Wadden of 34 in Noord-Brabant en Noord- en Midden-Limburg. Ter plaatse van een verticale voxelstack (een x,y-locatie) komen echter in de regel veel minder eenheden voor dan in het modelgebied als geheel. Er wordt daarom geschaald met een te groot aantal eenheden waardoor de modelonzekerheid in de praktijk lage waarden van 0 tot circa 0,5 laat zien. Deze waarden zijn onrealistisch laag omdat eenheden die ter plaatse van de voxelstack niet voorkomen toch bijdragen aan het verlagen van de modelonzekerheid.

Overleg met de bedenker van de modelonzekerheid in geologische modellen heeft uitgewezen dat het beter is om de schaling achterwege te laten (Wellmann, persoonlijke communicatie; Wellmann & Regenauer-Lieb, 2012). Het weglaten van de schaling leidt tot hogere waarden van de modelonzekerheid, die ook hoger kunnen zijn dan 1. Het waardenbereik van 0..1 wordt daarmee gewijzigd. Omdat het waardenbereik in de Gegevenscatalogus van het BRO-GeoTOP is vastgelegd, zal de Gegevenscatalogus hierop moeten worden aangepast.

De kleine release GeoTOP v1.6.1 voorziet in het opnieuw berekenen van de modelonzekerheid van geologische eenheid in alle gepubliceerde modelgebieden, waarbij bovengenoemde schaling niet langer wordt uitgevoerd. Daarnaast is een fout in de berekening van de kansen op de gemodelleerde geologische eenheden opgelost en zijn de kansen opnieuw berekend. Ten opzichte van GeoTOP v1.6 is alleen het attribuut modelonzekerheid van geologische eenheid in het voxelmodel aangepast. Alle overige attributen zijn gelijk gebleven; de kansen op de gemodelleerde geologische eenheden zijn namelijk geen attribuut van het uitgeleverde GeoTOP-model.

## 2. Waarom modelonzekerheid?

In GeoTOP is de ondergrond onderverdeeld in een regelmatig grid van aaneengesloten voxels van 100 bij 100 m in de horizontale richtingen en 0,5 m in de verticaal. Voor elke voxel wordt geschat tot welke geologische eenheid de voxel behoort en wat de voor de voxel representatieve lithoklasse is. Het belangrijkste uitgangspunt voor GeoTOP zijn de boorbeschrijvingen in de DINO-databank. Elk van deze boormonsterprofielen geeft gedetailleerde informatie over de opbouw van de ondergrond op één specifieke locatie. Aan het aardoppervlak is gemiddeld iets minder dan 15% van de voxels doorboord (we hebben de beschikking over ruim 600.000 boorbeschrijvingen op een oppervlak van 41.000 km<sup>2</sup>). Met de diepte neemt dit percentage snel af. Dit betekent dat we voor verreweg de meeste voxels in het model een schatting moeten doen op basis van de in de omgeving van de voxel aanwezige boorbeschrijvingen. Hoe goed het model hiertoe in staat is, is onder andere afhankelijk van:

- › de geologische complexiteit;
- › de hoeveelheid en de kwaliteit van de boorbeschrijvingen in de omgeving van de voxel;
- › de aan het model opgelegde randvoorwaarden zoals verbreidingsgrenzen;
- › het gebruikte algoritme met de bijbehorende parameters zoals de gehanteerde ruimtelijke correlatiefunctie (het variogram).

In GeoTOP worden de schattingen met behulp van stochastische interpolatietechnieken gemaakt. Deze technieken leveren naast een schatting ook kansverdelingen op: een kans dat een voxel tot een bepaalde geologische eenheid behoort, en een kans dat een bepaalde lithoklasse de voor de voxel representatieve lithoklasse is. Voor elke voxel is daarmee een groot aantal kansen beschikbaar:

- › een kans voor *elke* geologische eenheid die in het modelgebied voorkomt;
- › een kans voor *elke* lithoklasse in de geologische eenheid waartoe de voxel behoort.

Voorbeeld: van een voxel in modelgebied Noord-Brabant en Noord- en Midden-Limburg zijn 34 kansen beschikbaar voor elk van de in dat modelgebied gemodelleerde geologische eenheden. In het modelleerproces krijgt elke voxel één van deze 34 geologische eenheden toegekend, bijvoorbeeld de Formatie van Beegden. Binnen de Formatie van Beegden worden vervolgens lithoklassen geschat met zeven mogelijke waarden (veen, klei, kleilig zand & zandige klei, fijn zand, matig grof zand, grof zand, grind). In totaal zijn er voor een voxel binnen de Formatie van Beegden dan  $34 + 7 = 41$  kansen beschikbaar.

De kansen geven op zichzelf al een gedetailleerd beeld van de modelonzekerheid. Door het grote aantal zijn de kansen echter moeilijk te visualiseren. De modelonzekerheid van geologische eenheid en die van lithoklasse vatten de kansen samen in één, makkelijk te visualiseren getal.

### 3. Methode

#### 3.1. Stap 1 – Bepaal de geologische eenheid waartoe de voxel behoort

De geologische eenheid waartoe een voxel behoort wordt afgeleid uit een gedetailleerd lagenmodel. Dit lagenmodel bestaat uit een set gestapelde 2D-rasters (resolutie 100 x 100 m) die de diepteligging van de top en de basis van elke geologische eenheid beschrijven. Elke voxel waarvan het middelpunt  $(x,y,z)$  zich onder de top en boven de basis van een geologische eenheid bevindt, behoort tot die geologische eenheid.

#### 3.2. Stap 2 – Bereken de kans dat de voxel tot een geologische eenheid behoort

In het hierboven genoemde lagenmodel is de onzekerheid beschreven als een standaarddeviatie van zowel de top als de basis. Ook de standaarddeviaties zijn vastgelegd in 2D-rasters, een voor de top en een voor de basis van elke geologische eenheid. Uit de top, basis en bijbehorende standaarddeviaties kan voor elke voxel berekend worden wat de kans is dat de voxel tot de betreffende eenheid behoort. Om deze kansen te berekenen wordt gebruik gemaakt van een stochastische (“Monte Carlo”) methode, die geïmplementeerd is in een batchprogramma (Python). De methode werkt als volgt:

Noem de verticale ligging (diepte) van de top van een geologische eenheid  $Z_1$ , noem de ligging van de basis  $Z_2$  (diepte wordt in deze berekening naar beneden toe positief gerekend). Beide zijn onzeker en worden gekarakteriseerd door een kansverdeling. We nemen aan dat  $Z_1$  en  $Z_2$  bivariaat normaal verdeeld zijn met gemiddelden  $\mu_1$  en  $\mu_2$ , varianties  $\sigma_1^2$  en  $\sigma_2^2$ , en correlatie  $\rho_{12}$ . In onderstaande formules horen bij de werkelijke waarden  $Z_1$  en  $Z_2$  uit de kansverdeling getrokken waarden  $z_1$  en  $z_2$  (geschreven met kleine letters). We willen nu de kans berekenen dat een punt op diepte  $z$  (het middelpunt van een voxel) zich in de geologische laag bevindt. Oftewel, we willen berekenen  $P(z > Z_1 \text{ en } z < Z_2)$ . Een analytische oplossing is niet voorhanden, daarom berekenen (benaderen) we hem numeriek als volgt (Stafleu et al., 2020):

1. Zet een **Teller** op nul. Met deze teller wordt bijgehouden hoe vaak in de simulatie  $z > Z_1$  en  $z < Z_2$ .

2. Herhaal 1000 keer:

Genereer een trekking  $z_1$  uit:

$$N(\mu_1, \sigma_1^2)$$

(dit is de normale verdeling met gemiddelde  $\mu_1$  en variantie  $\sigma_1^2$ ).

Genereer een trekking  $z_2$  uit:

$$N(\mu_2 + \rho_{12} \cdot \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \cdot (z_1 - \mu_1), (1 - \rho_{12}^2) \cdot \sigma_2^2)$$

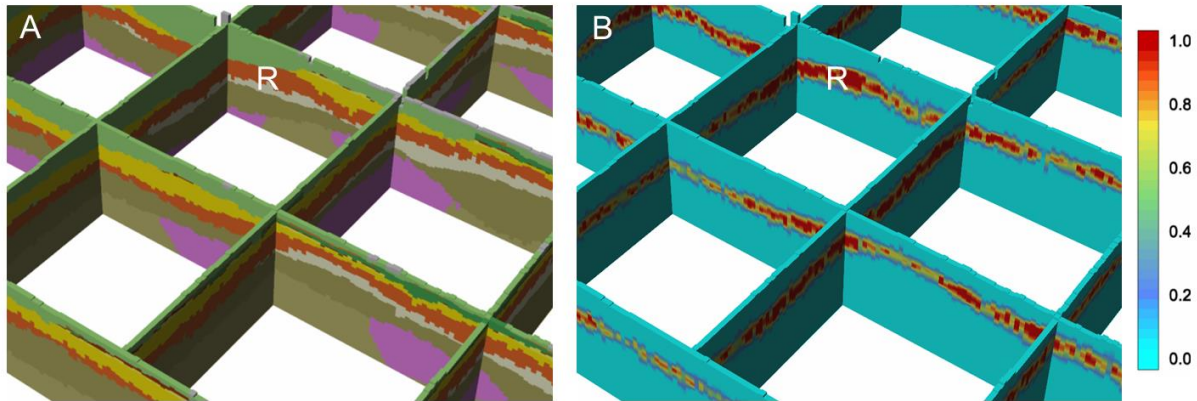
(dit is de conditionele kansverdeling van  $Z_2$  gegeven  $Z_1 = z_1$ )

Hoog Teller op met 1 als  $z > z_1$  en  $z < z_2$

3. Bereken (schat) de gevraagde kans als **Teller** / 1000.

Deze methode wordt toegepast op alle gemodelleerde geologische eenheden in het modelgebied (**Figuur 3.1**). Een vereiste van de methode is de correlatiecoëfficiënt ( $\rho_{12}$ ) tussen top en basis van elke

eenheid. Deze correlatiecoëfficiënten geven aan in hoeverre het verloop van de diepteligging van de top samenhangt met die van de basis en worden uit de rasters van top en basis afgeleid.



**Figuur 3.1:** (A) Hekdiagram door het voxelmodel met de geologische eenheid als attribuut, waaronder de rode eenheid 'R'. (B) Kans dat de voxels tot de rode eenheid 'R' behoren. Voxels die ruimschoots binnen de eenheid liggen hebben een kans van 1 om tot de eenheid te horen. Dichter naar de top en basis toe neemt de kans echter af. Ver boven en onder de eenheid is de kans 0.

### 3.3. Stap 3 – Bereken de modelonzekerheid van geologische eenheid

De hierboven beschreven methode leidt tot tientallen kansen voor elke voxel: voor elke in het modelgebied gemodelleerde geologische eenheid is er een kans. De optelsom van al die kansen is voor elke voxel 1<sup>1</sup>. De modelonzekerheid van geologische eenheid vat deze kansen samen in één getal met de volgende eigenschappen (Shannon, 1948; Wellmann & Regenauer-Lieb, 2012):

1. Modelonzekerheid is 0 als er is één geologische eenheid met kans 1 is, en alle andere geologische eenheden een kans 0 hebben.
2. Modelonzekerheid is maximaal als alle mogelijke geologische eenheden met dezelfde kans voorkomen. Het model kan dan geen eenduidige schatting geven van de geologische eenheid van de voxel.
3. Hoe meer mogelijke geologische eenheden met een kans groter dan 0, hoe groter de modelonzekerheid.
4. Hoe groter de verschillen tussen de kansen, hoe kleiner de modelonzekerheid.

De bij (2) genoemde maximale modelonzekerheid is 1 indien er geschaald wordt met het aantal gemodelleerde geologische eenheden. Zoals in de inleiding is aangegeven leidt dat bij een groot aantal mogelijke geologische eenheden tot een lage modelonzekerheid, die niet realistisch is. In de nieuwe berekening van deze release kan de modelonzekerheid groter worden dan 1.

De modelonzekerheid  $H$  van een individuele voxel kan worden berekend uit de som van de producten van elke kans op geologische eenheid en de logaritme van die kans:

$$H = - \sum_i^N p_i \log p_i$$

Hierin staat  $H$  voor de modelonzekerheid,  $N$  voor het aantal mogelijke uitkomsten (dat wil zeggen het aantal mogelijke geologische eenheden in het modelgebied) en  $p_i$  voor de kans op een bepaalde geologische eenheid.

<sup>1</sup> Indien de som niet exact 1 is worden de kansen binnen een voxel geschaald zodat de som alsnog op 1 uitkomt. Dit is een andere schaling dan die van de in de tekst behandelde modelonzekerheid.

Voor het bijzondere geval dat er een  $p_i = 1$  bestaat, is de modelonzekerheid 0. Voor de geologische eenheid met  $p_i = 1$  geldt dan namelijk  $\log 1 = 0$ , en voor de overige lithoklassen geldt  $\lim_{x \rightarrow 0} (x \log x) = 0$ . De totale som is dan eveneens 0. Deze situatie komt vrij vaak voor, namelijk bij voxels die zich niet te dicht bij de top of basis van een relatief dikke eenheid bevinden.

In het geval dat alle lithoklassen dezelfde kans hebben ( $p_1 = p_2 = p_3 = \dots = p_N$ ) is de modelonzekerheid maximaal. De maximale waarde is gelijk aan 1 als het grondtal van de logaritme overeenkomt met het aantal mogelijke uitkomsten  $N$ .

Om te kunnen rekenen met grondtal 10 of  $e$  ( $^{10}\log$  of  $\ln$ ) kan de formule herschreven worden als:

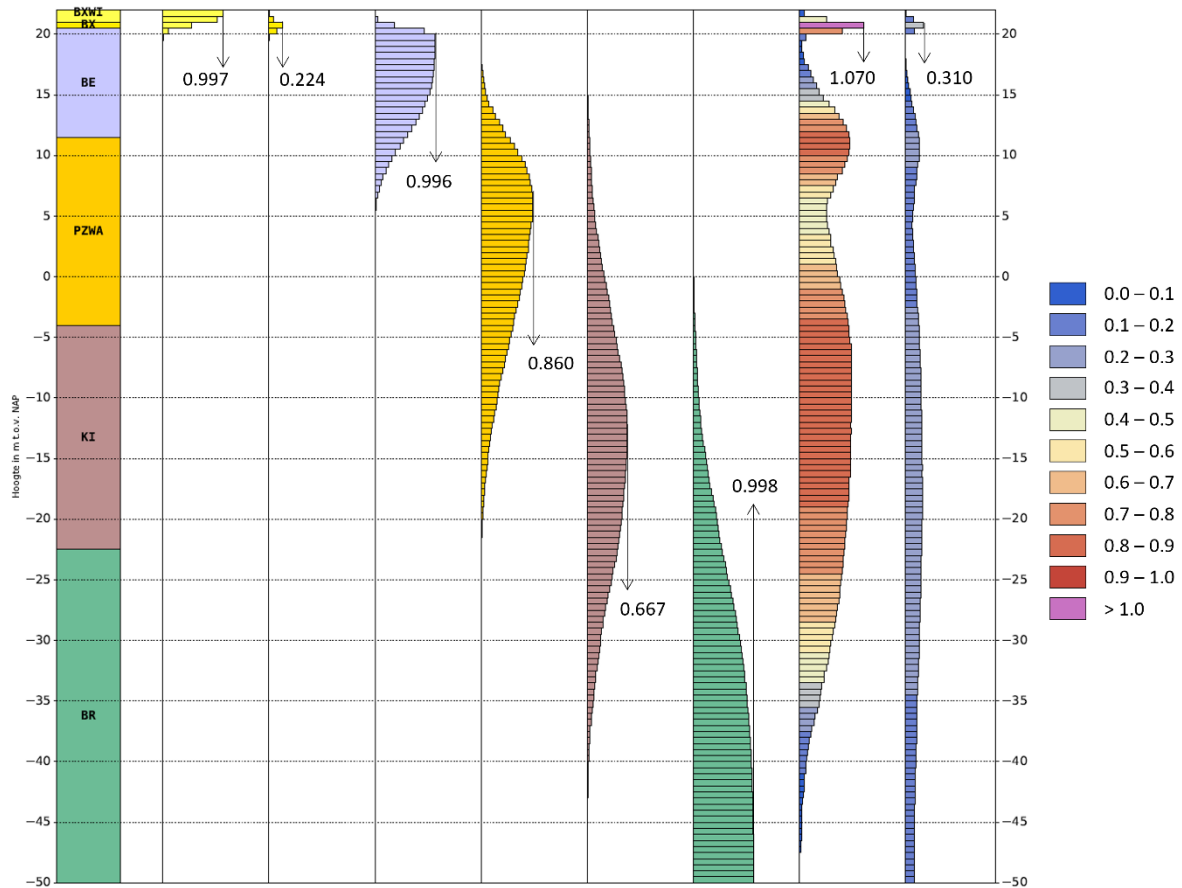
$$H = - \sum_i^N p_i \frac{\ln p_i}{\ln N}$$

De schaalfactor  $\ln N$  wordt in deze release achterwege gelaten, zodat uiteindelijk gerekend wordt met:

$$H = - \sum_i^N p_i \ln p_i$$

## 4. Resultaten

**Figuur 4.1** laat een verticale voxel stack zien in blok 46wo van modelgebied Noord-Brabant en Noord- en Midden-Limburg (x,y-locatie is 180.050, 400.050 m).



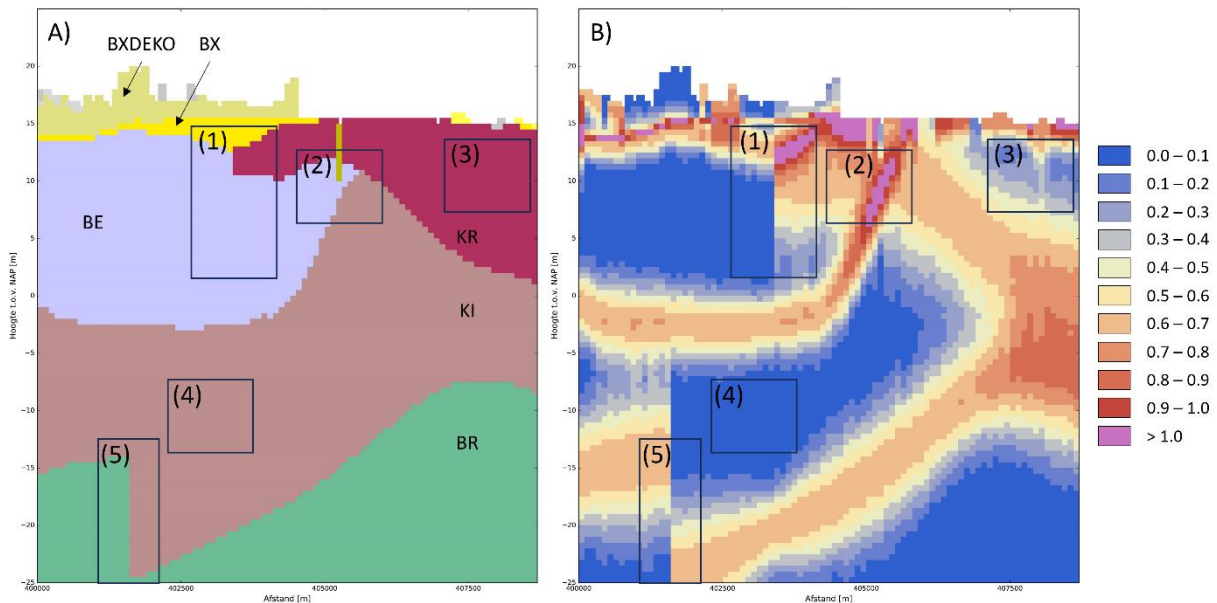
**Figuur 4.1:** Verticale voxel stack in blok 46wo van modelgebied Noord-Brabant en Noord- en Midden-Limburg. Van links naar rechts: de geologische eenheid met zes verschillende eenheden; zes diagrammen met de kans dat een voxel deel uitmaakt van de respectievelijke geologische eenheden; nieuwe modelonzekerheid zonder schaling; oude modelonzekerheid met schaling. BXWI – Formatie van Boxtel, Laagpakket van Wierden; BX – Formatie van Boxtel; BE – Formatie van Beegden; PZWA – gecombineerde formaties van Peize en Waalre (op deze locatie: Formatie van Waalre); KI – Kiezeloöliet Formatie; BR – Formatie van Breda. Pijlen en getallen geven de maximale waarde van de kans voor iedere modeleenheid weer en in de laatste twee kolommen de maximale waarde van de modelonzekerheid.

Van elke eenheid in de voxel stack is voor elke voxel aangegeven wat de kans is dat de voxel deel uitmaakt van die eenheid. De kans dat een voxel tot een bepaalde eenheid behoort is het grootst midden in de eenheid en neemt naar de top en basis toe af. Doordat de kans ook boven de top en onder de basis groter kan zijn dan 0, overlappen de kansverdelingen elkaar. De voxels op een hoogte van 5 tot 10 m NAP horen tot eenheid PZWA, maar er is ook een kans dat ze deel uitmaken van de bovenliggende BE en onderliggende KI. Bij elkaar opgeteld zijn de zes kansen voor elke voxel altijd 1.

De modelonzekerheid in **Figuur 4.1** geeft een samenvatting van de zes kansverdelingen. De onzekerheid is groot rond de laagovergangen en laag middenin de eenheden. Dit patroon is omgekeerd aan dat van de kansverdelingen. De modelonzekerheid wordt hoger naarmate er meer kansen groter dan 0 zijn. Dit is bijvoorbeeld het geval aan de top van de voxel stack waar meerdere dunne lagen op elkaar liggen (BXWI, BX en BE). De modelonzekerheid neemt af als een van de deelnemende eenheden een duidelijk

hogere kans heeft dan de andere. Een voorbeeld is de lage modelonzekerheid op 5 m NAP, met een hoge kans op eenheid PZWA en kleine kansen op de bovenliggende BE en onderliggende KI.

**Figuur 4.2** toont een verticale dwarsdoorsnede door blok 46wo met een aantal typische configuraties van de modelonzekerheid van geologische eenheid.



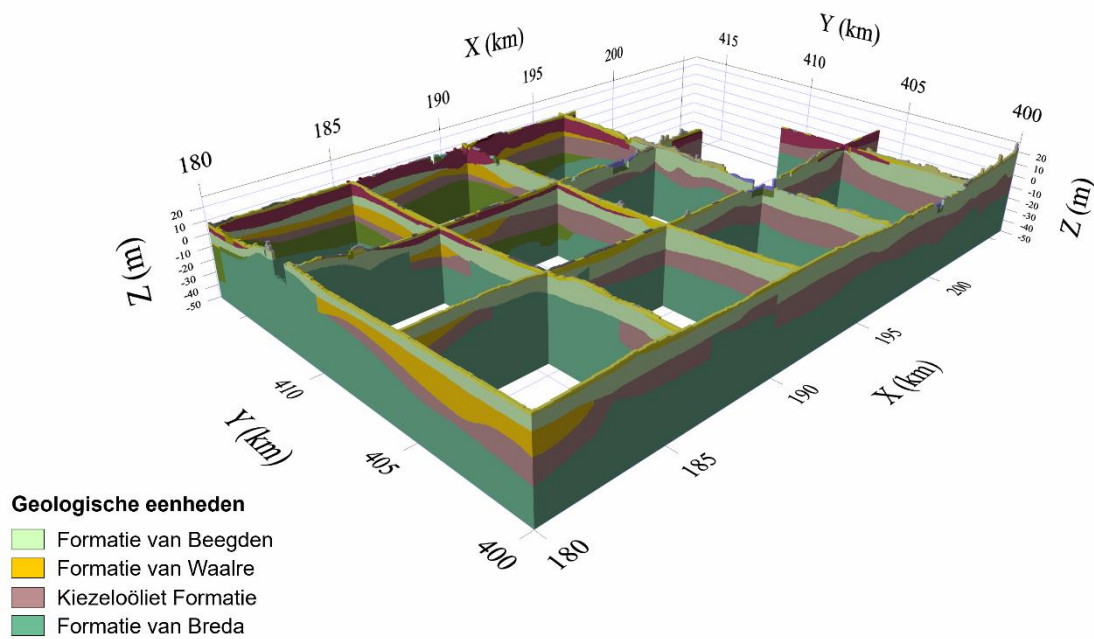
**Figuur 4.2:** A) Geologische eenheden in een verticale dwarsdoorsnede door blok 46wo van modelgebied Noord-Brabant en Noord- en Midden-Limburg; B) de bijbehorende modelonzekerheid van geologische eenheid. BXDEKO – Formatie van Boxtel, laagpakketten van Delwijnen en Kootwijk, BX – Formatie van Boxtel, BE – Formatie van Beegden, KR – Formatie van Kreftenheye, KI – Kiezeloöliet Formatie, BR – Formatie van Breda. De genummerde configuraties worden in de tekst besproken.

De configuraties zijn, volgens de nummering in **Figuur 4.2**:

1. Door het naar links uitwigen van de Formatie van Kreftenheye (KR) neemt de modelonzekerheid van rechts naar links abrupt af. De modelonzekerheid bij twee lagen (BX en BE) is namelijk lager dan die bij drie lagen (BX, KR, BE). De overgang is extra scherp, omdat de onzekerheid van de top en basis van KR hoger is dan die van BX en BE. Met het uitwigen van KR valt daarmee een flink deel van de modelonzekerheid weg. De scherpe grens doet een breuk vermoeden, maar daar is in dit geval geen sprake van, in tegenstelling tot het voorbeeld bij punt (5).
2. Een complexe configuratie zoals het uitwigen van de Formatie van Beegden (BE) langs een hellend grensvlak tussen BE en KI leidt tot een hoge modelonzekerheid.
3. De top en basis van de Formatie van Kreftenheye (KR) zijn relatief onzeker, daarom is ook binnen KR een relatief hoge modelonzekerheid zichtbaar.
4. De top en basis van de Kiezeloöliet Formatie (KI) zijn relatief zeker, daarom is binnen de KI een lage modelonzekerheid zichtbaar.
5. De basis van de Kiezeloöliet Formatie (KI) is door een breuk verzet. Hierdoor is een scherpe overgang in de modelonzekerheid rond de basis KI (grensvlak tussen KI en BR) zichtbaar.

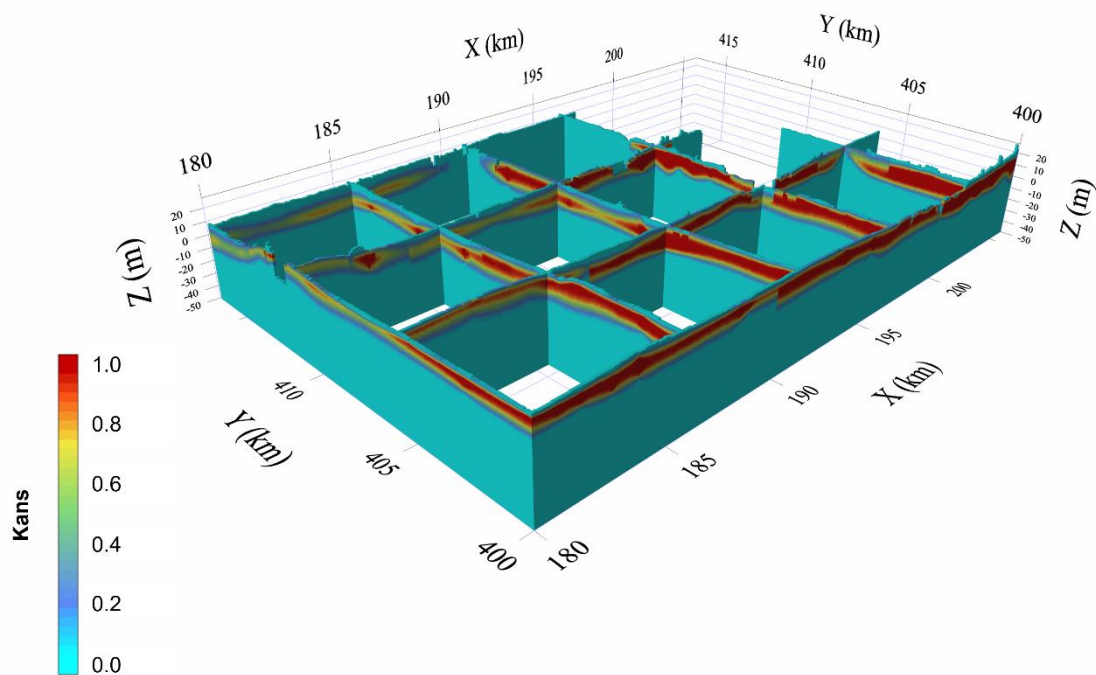
**Figuur 4.3** toont een hekdiagram van de geologische eenheden door blok 46wo van modelgebied Noord-Brabant en Noord- en Midden-Limburg. Het is het blok waaruit de voxel stack van **Figuur 4.1** genomen is; de voxel stack is in **Figuur 4.3** geheel vooraan gelegen. **Figuur 4.4**, **Figuur 4.5**, **Figuur 4.6** en

**Figuur 4.7** laten de kansen zien dat de voxels deel uitmaken van resp. de Formatie van Beegden, de Formatie van Waalre, de Kiezeloöliet Formatie en de Formatie van Breda. **Figuur 4.8** toont de modelonzekerheid met en **Figuur 4.9** de modelonzekerheid zonder schaling.

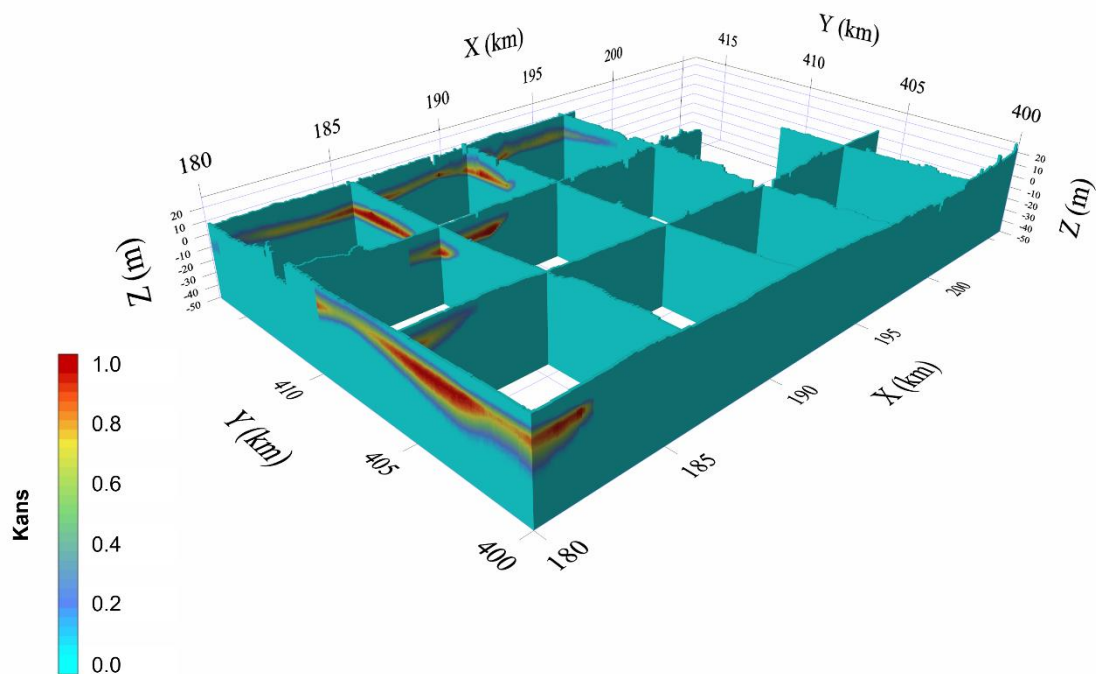


**Figuur 4.3:** Geologische eenheden in blok 46wo van modelgebied Noord-Brabant en Noord- en Midden-Limburg. De verticale voxel stack van Figuur 2 is geheel vooraan gelegen.

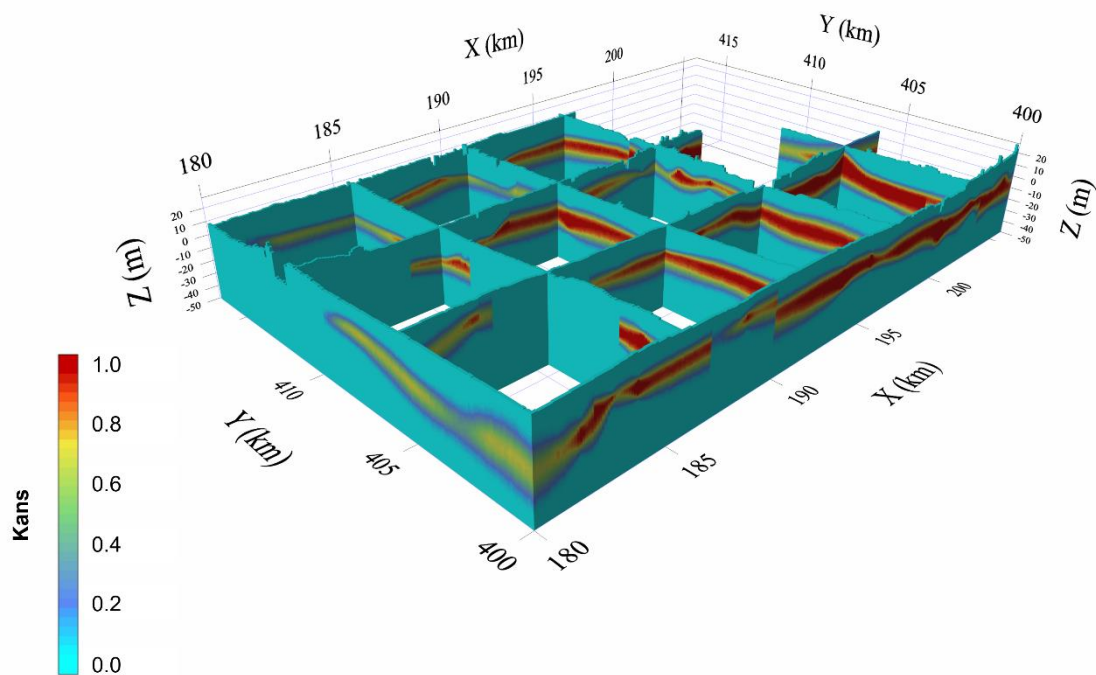




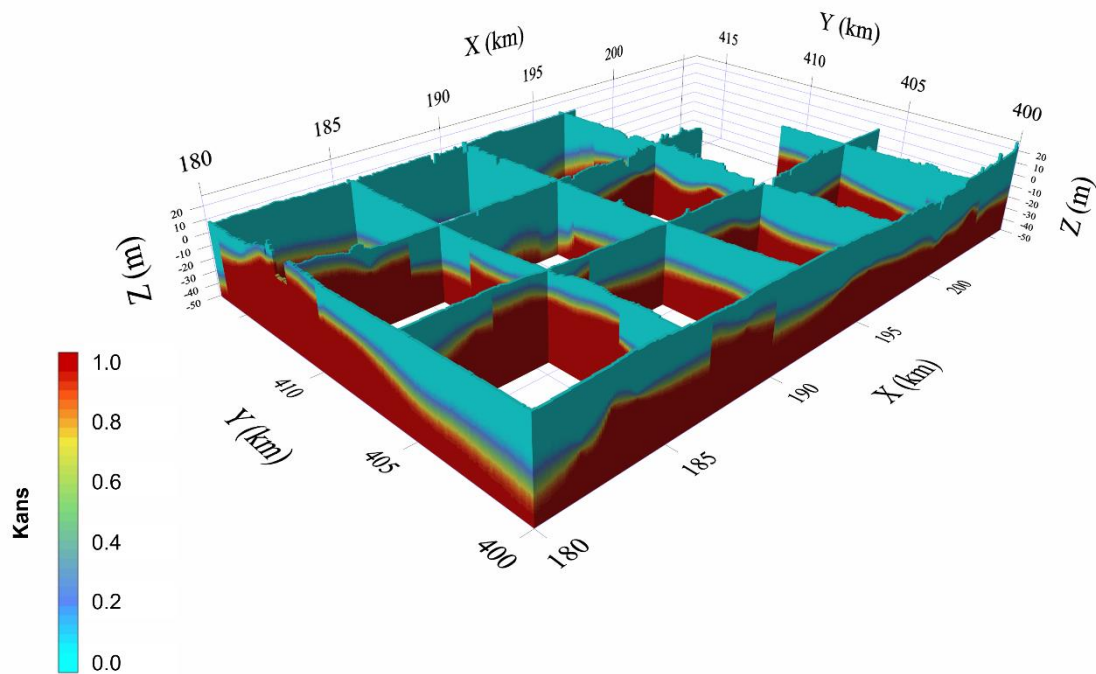
Figuur 4.4: Kans dat een voxel deel uitmaakt van de Formatie van Beegden (BE).



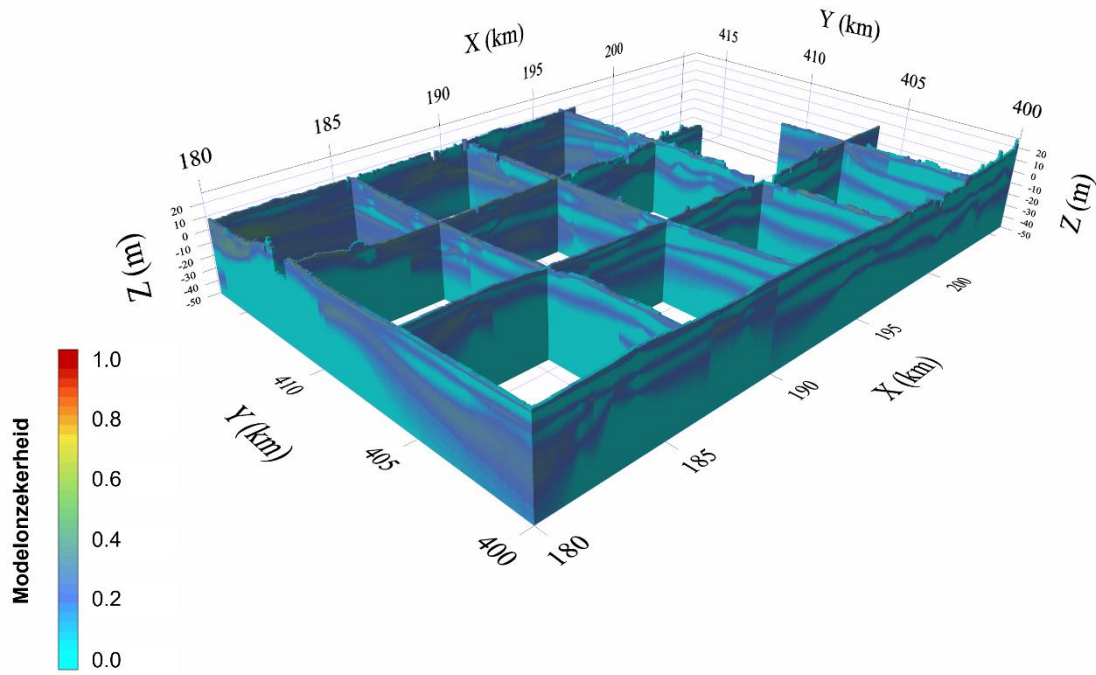
Figuur 4.5: Kans dat een voxel deel uitmaakt van de Formatie van Waalre (WA).



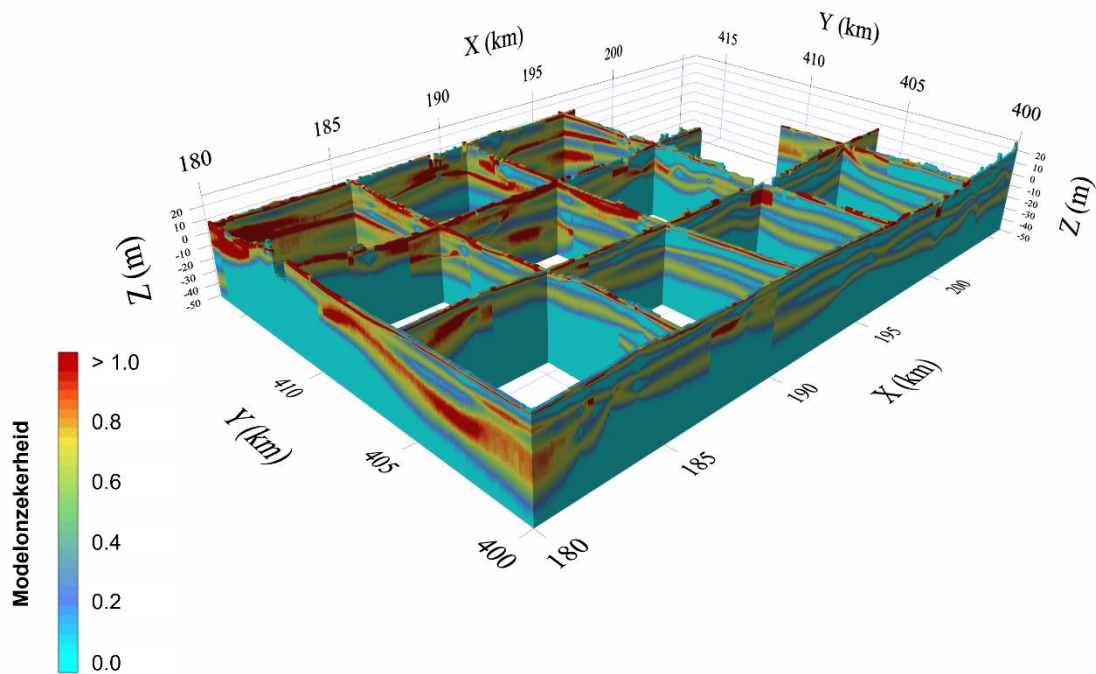
Figuur 4.6: Kans dat een voxel deel uitmaakt van de Kieseloöliet Formatie (KI).



Figuur 4.7: Kans dat een voxel deel uitmaakt van de Formatie van Breda (BR).



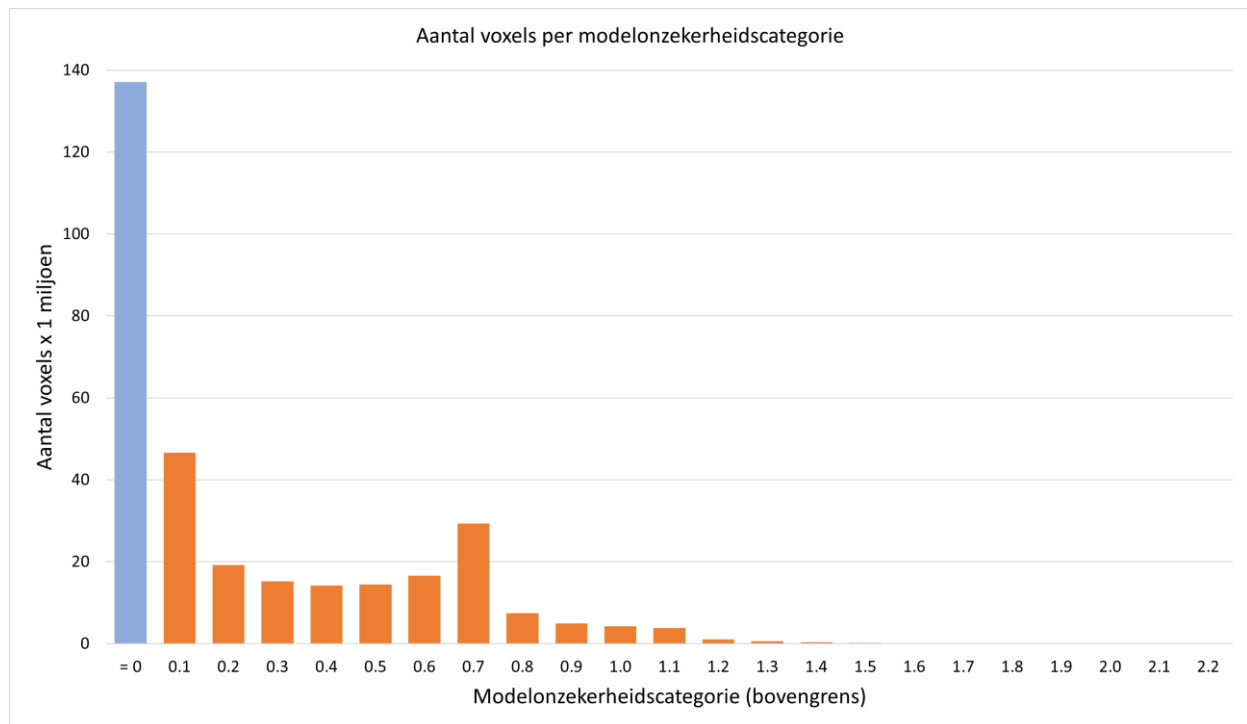
Figuur 4.8: Modelonzekerheid volgens de oude, geschaalde methode.



Figuur 4.9: Modelonzekerheid volgens de nieuwe, niet-geschaalde methode.

## 5. Waardenbereik modelonzekerheden

Figuur 5.1 geeft het aantal voxels met een bepaalde modelonzekerheidscategorie weer.



**Figuur 5.1:** Aantal voxels met een bepaalde modelonzekerheidscategorie volgens de nieuwe, ongeschaalde methode. In totaal bevat GeoTOP 315 miljoen voxels (GeoTOP v1.6.1). In de grafiek is de categorie 0.0 – 1,0 opgedeeld in een deel met een (afgeronde) waarde gelijk aan 0 en een deel met een waarde groter dan 0 en kleiner of gelijk aan 0,1.

Met de nieuwe, ongeschaalde methode is de modelonzekerheid van verreweg de meeste voxels (98%) kleiner of gelijk aan 1. Slechts 2% van de voxels heeft een waarde groter dan 1, met een maximum van 2,14. Waarden hoger dan 1 komen o.a. voor op plekken waar meerdere dunne lagen dicht op elkaar liggen. Het is dan onzeker tot welke van de dunne lagen de voxel behoort. [Figuur 4.1](#) laat bijvoorbeeld een voxel zien waarin drie eenheden met ongeveer gelijke kansen een modelonzekerheid van 1.07 opleveren. In de kleurschaal die op DINOloket en BROloket wordt gebruikt is met deze verdeling rekening gehouden, door de waarden groter dan 1 in één kleurcategorie op te nemen ([Figuur 4.1](#) en [Figuur 4.2](#)).

Het waardenbereik tussen 0 en 1 wordt in de nieuwe opzet veel beter benut dan in de oude opzet, waarin de waarden zelden boven de 0,5 uitkwamen (vergelijk [Figuur 4.8](#) met [Figuur 4.9](#)).

## 6. Beperkingen

- › De modelonzekerheid is gebaseerd op de in GeoTOP gebruikte stochastische interpolatietechnieken. Deze technieken houden niet expliciet rekening met onzekerheidsmarges in de gebruikte brongegevens (voornamelijk boorbeschrijvingen).
- › Buiten de verbreiding van een geologische eenheid is de kans op die eenheid altijd 0. Dit betekent dat de kansen geen onzekerheidsinformatie over de laterale verbreiding van de geologische eenheid bevatten.

## 7. Kwaliteitscontrole

De kwaliteitscontrole van deze memo en van de berekende modelonzekerheid is uitgevoerd door de voorliggende tekst te reviewen en systematisch de modelonzekerheid (per modelblok) te inspecteren. De inspectie is uitgevoerd door dwarsdoorsnedes door het model te bekijken en incidenteel horizontale doorsnedes<sup>2</sup>. Bij deze inspectie is gelet op de relatie tussen dikte, opeenvolging en aantal voorkomende geologische eenheden enerzijds en de berekende modelonzekerheid anderzijds. Daarnaast is aandacht besteed aan het voorkomen van, op het oog, “niet - logische” configuraties van modelonzekerheid.

Tijdens de kwaliteitscontrole is geconstateerd dat de modelonzekerheid systematisch en consistente beelden laat zien.

Tevens is gebleken dat de verklaring voor ogenschijnlijk niet – logische situaties bijna altijd is gelegen in een van de situaties die zijn beschreven in [Figuur 4.2](#) van deze memo.

De algehele conclusie van de kwaliteitscontrole is dat de beschrijving van de berekeningswijze van de modelonzekerheid (deze memo) en de resultaten kunnen worden aangeboden voor vrijgave als kleine release in de BRO.

## 8. Referenties

Shannon, E.C., 1948. A mathematical theory of communication. Bell System Technical Journal 27, p. 379–423.

Stafleu, J., Hummelman, J., de Bruijn, R., Koster, K., Stam, J., Maljers, D. & Schokker, J., 2020. Totstandkomingsrapport GeoTOP – met nieuwe methodiek lagenmodellering. TNO Rapport 2020 R10758, 157 pp. Beschikbaar op BROloket: <https://www.broloket.nl/toelichting/geotop>

Wellmann, J.F. & Regenauer-Lieb, K., 2012. Uncertainties have a meaning: Information entropy as a quality measure for 3-D geological models. Tectonophysics 526–529, p. 207–216.

---

<sup>2</sup> Omdat in grote delen van Nederland de geologische eenheden veelal (semi-) horizontaal voorkomen zijn verticale dwarsdoorsnedes vaak de beste manier om inzicht te krijgen in de geologische opbouw. Dit geldt ook voor het attribuut modelonzekerheid.